

## Limiti della teoria dei contatti pari nella progettazione dei rasatori

La rasatura degli ingranaggi è certamente l'operazione più diffusa per la finitura dei denti, si costruiscono ogni anno nel mondo, decine di migliaia di rasatori e si lavorano con questo sistema centinaia di milioni di ingranaggi.

Eppure questa operazione presenta alcuni aspetti che non sono ancora stati completamente analizzati ed ancor oggi molti problemi statici e dinamici non sono stati risolti in modo soddisfacente.

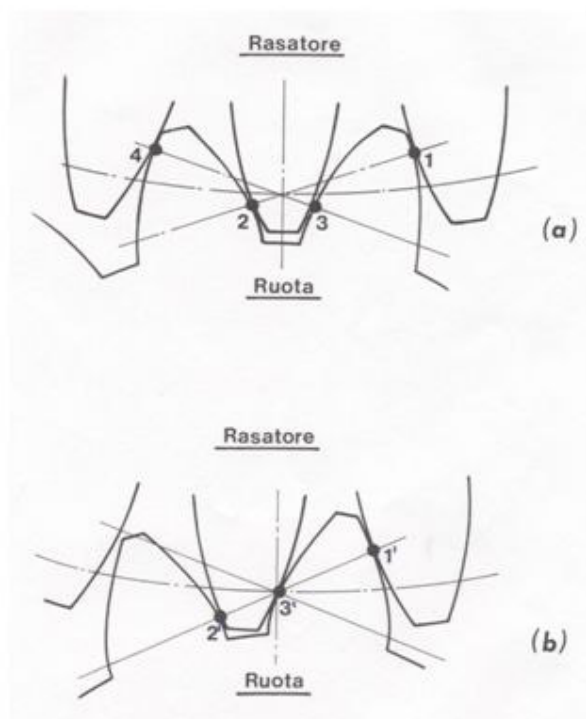
Il sistema quasi universalmente adottato nella progettazione dei coltelli rasatori è il famoso "*metodo dei contatti pari*".

Questa tecnica di progettazione, pur garantendo degli ottimi risultati nella grande maggioranza dei casi, non tiene conto di alcuni elementi essenziali e ciò giustifica i pessimi risultati che si ottengono in determinate condizioni di impiego.

La progettazione dei coltelli rasatori con il metodo dei contatti pari non è quindi applicabile nella generalità dei casi ed in questo articolo si vogliono evidenziare le principali lacune concettuali presenti in questo metodo di progettazione ed accennare alle principali difficoltà teoriche per un approccio completo al problema: lacune e difficoltà che allo stato attuale rimangono tali.

Il metodo dei contatti pari consiste nello studiare un coltello rasatore tale che, durante il suo accoppiamento con la ruota dentata da lavorare, si abbia costantemente un numero pari di punti di contatto tra i fianchi dei denti del rasatore e della ruota.

Questa condizione, che è rappresentata schematicamente nella figura N°1a, non è facile da ottenere, ma in specialmente non è facile da mantenere durante tutte le fasi della rotazione e durante tutta la vita del coltello.



**Figura N°1 a-b**

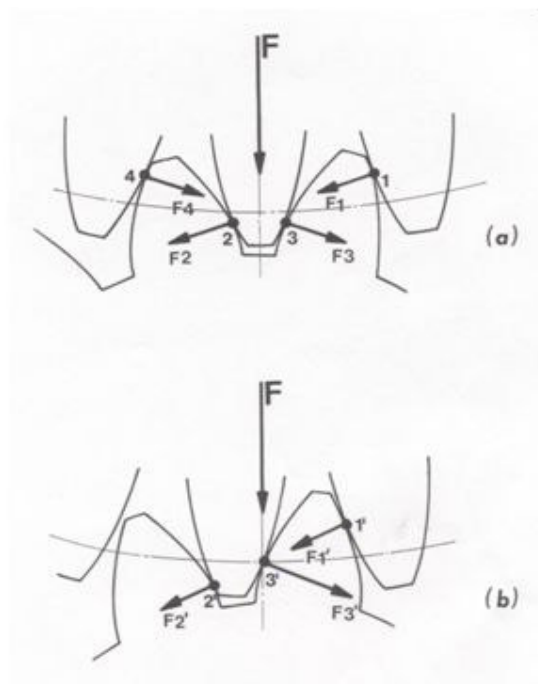
Non di rado le caratteristiche geometriche dell'ingranaggio da lavorare e gli altri vincoli presenti in certi casi, impediscono la realizzazione di questa condizione. I vincoli con cui bisogna fare i conti sono per esempio gli interassi minimi e massimi possibili in macchine, il numero di denti del coltello che dovrebbe essere sempre primi rispetto il numero di denti della ruota, il diametro di inizio del profilo attivo sull'ingranaggio da rasare che ha volte è estremamente vicino all'inizio del raggio di raccordo di fondo dente, la presenza di rasamenti in prossimità di una facciata della ruota che impediscono una corretta scelta dell'angolo di incrocio, ecc.

Qual è la ragione di fondo che ha reso la teoria dei contatti pari così importante?

La risposta è semplice ed anche molto intuitiva: per equilibrare le principali forze in gioco.

Risulta evidente, se si considera la figura N°2a, che la forza  $F$  con cui il coltello viene premuto contro il pezzo si scompone in due componenti principali, una che spinge sui fianchi destri e l'altra che spinge sui fianchi sinistri.

Nel caso rappresentato in figura N°2a, ognuna di queste due componenti principali si divide in due forze che operano sulla stessa linea d'azione e che sono di intensità uguale.



**Figura N°2 a-b**

Le forze  $F_1$   $F_2$   $F_3$   $F_4$  agiscono quindi nei punti 1, 2, 3, 4 nello stesso modo e l'azione di taglio in questi punti sarà la stessa e, se questa condizione è mantenuta sempre, ci si aspetta che il profilo del pezzo sia regolare, come del resto avviene quasi sempre.

Ma se in un determinato momento della rotazione il numero di punti di contatto è dispari, come rappresentato in figura N°1b, lo schema delle forze agenti diventa quello indicato nella figura N°2b.

Si osserva intanto che il modulo del vettore  $F_3$  è uguale alla somma dei moduli dei vettori  $F_1$  ed  $F_2$  e quindi nel punto 3' l'azione di taglio sarà diversa di quella che era nel punto 3.

In altre parole, il coltello preme nel punto 3' con una forza che è doppia rispetto a quella che premeva nei punti 3 e 4.

Naturalmente nel punto 3' l'asportazione del materiale sarà maggiore e quindi in questa zona del dente si avrà una irregolarità del profilo.

A questo effetto si aggiunge un'altra causa che perturba l'azione teorica di taglio.

Se le forze che agiscono su ogni singolo dente non sono equilibrate, cioè se il numero di punti di contatto è dispari, insorge il pericolo di una distorsione del dente dell'ingranaggio.

Lo sbilanciamento delle forze tende appunto a far flettere il dente.

Questa flessione, che a prima vista sembrerebbe impossibile, è invece un fenomeno reale e di valore significativo perché le forze in gioco sono molto elevate e perché le variazioni dell'assetto del dente che qui si considerano si misurano in micrometri.

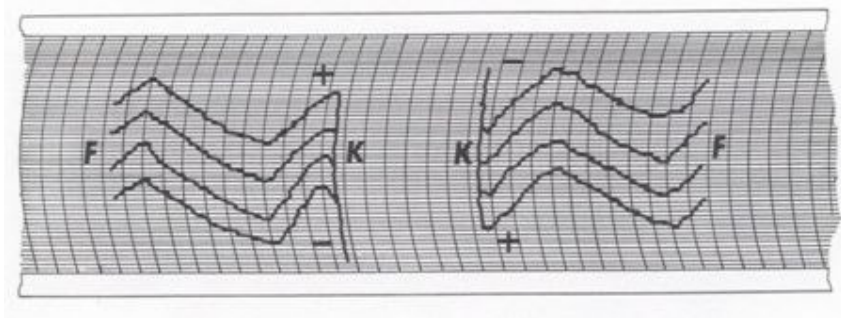
La somma algebrica delle forze in gioco, come dei momenti, è sempre uguale a zero e ciò significa che le forze sono sempre in equilibrio.

Nel caso di contatti dispari, è solo la componente che agisce su un dente che non è bilanciata dalla componente sullo stesso dente che spinge nel verso opposto, perché quest'ultima ha valore minore.

In figura N°2b la forza  $F_3$  non è equilibrata dalla forza  $F_1$  e quindi tende a far flettere il dente.

L'effetto dello sbilanciamento delle forze è dimostrato sperimentalmente anche se, come si è detto, le cose non vanno sempre in questo modo.

L'esperienza d'officina, dimostra che se la condizione dei contatti pari non è rispettata in tutte le fasi della rotazione, il più delle volte si ottiene un profilo del dente con un errore caratteristico, grosso modo come indicato nella figura N°3.



**Figura N°3**

Si può osservare che nella zona centrale l'asportazione di materiale è stata maggiore, effetto della maggior pressione del tagliente.

Sembrerebbe a questo punto che, almeno dal punto di vista teorico la teoria dei contatti pari abbia un suo fondamento e che possa quindi essere valida nella totalità dei casi. Ma si impongono alcune considerazioni.

1)- Le forze in cui si scompone la forza  $F$  agiscono sempre lungo la linea d'azione. Ciò vuol dire che sono sempre inclinate di un angolo uguale all'angolo di pressione di funzionamento  $\alpha$ .

2)- Queste forze agiscono sempre perpendicolarmente alla rispettiva superficie di contatto.

3)- Le forze che premono sui fianchi sono tanto maggiori quanto minore è l'angolo di pressione di funzionamento. Se si ragiona sui moduli dei vettori si può scrivere:

$$F_1 + F_2 = F_3 + F_4 = \frac{F}{2 \cdot \sin \alpha}$$

E questo è un altro motivo di variazione continua delle forze e quindi delle pressioni in gioco.

4)- In realtà non si tratta di punti di contatto, ma di aree più o meno estese.

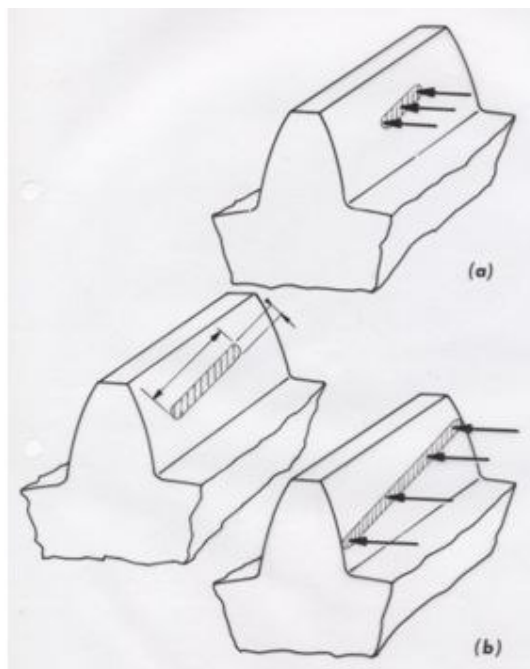
E' evidente infatti che quando due superfici curve vengono premute tra loro, il contatto non sarà puntiforme, ma per effetto della deformazione plastica dell'acciaio e dell'azione di taglio e quindi della penetrazione si avrà una zona più o meno estesa di contatto.

5)- Al punto precedente è legata la dimensione dei dentini. Più la parte piena della dentinatura è piccola, più grande sarà la penetrazione, cioè più estesa sarà la zona di contatto.

6)- Gli schemi precedenti si riferiscono ad una sezione radiale dei denti.

Nella realtà il contatto avviene lungo un tratto obliquo più o meno esteso la cui inclinazione ed estensione dipende dalle caratteristiche dell'accoppiamento che, lo ricordiamo è ad assi incrociati. Vedere figura N°4a.

Nel caso di coltelli rasatori che lavorano con il metodo a plonge, specie se hanno elica cava, il contatto può estendersi per tutta la larghezza del dente, come è indicato in figura N°4b.



**Figura N°4 a-b**

Osservato questo resta da dire che per quanto riguarda il numero di punti di contatto, essi non potranno quasi mai essere tenuti costanti. Cioè se la condizione iniziale è di 4 punti di contatto, durante il rotolamento, in qualche

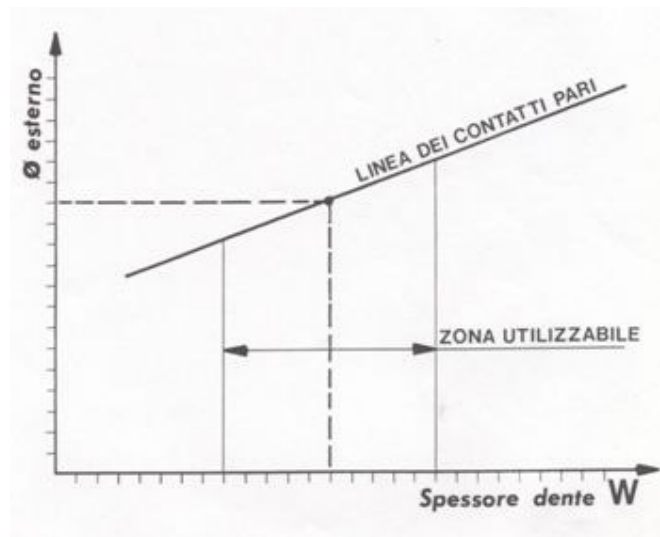
momento, essi potranno diventare 2 oppure 6, ma quasi mai restare costantemente 4.

La condizione dei contatti pari è rispettata, ma non quella della costanza del numero di punti di contatto e questo ha una grande importanza nella variazione della pressione nei singoli punti di contatto, come si vedrà tra breve.

La condizione dei contatti pari deve essere mantenuta, se possibile, anche nelle successive riaffilature del coltello rasatore. E' essenziale a questo scopo ridurre il suo diametro esterno in accordo con la riduzione dello spessore del dente a seguito dell'affilatura.

Normalmente il coltello è fornito con un diagramma di affilatura, vedere figura N°5, che mette in relazione appunto lo spessore del dente con il diametro esterno. In questo diagramma, normalmente è indicata anche la zona di possibile impiego del coltello.

Se ci si mantiene sulla linea indicata si è certi che la condizione dei contatti pari è rispettata.



**Figura N°5**

A questo punto iniziano le prime perplessità sulla validità generale di questo sistema di progettazione.

La domanda che si sente più frequentemente dagli utilizzatori di rasatori è: *perché il profilo non viene bene?*

Il coltello è progettato secondo le regole, è stato affilato correttamente, la macchina è OK, il soprametallo è quello previsto, non ci sono interferenze strane eppure il diagramma del profilo ha un andamento sinusoidale.

A questa domanda è molto difficile dare una risposta.

Il fatto è che la teoria dei contatti pari non tiene conto di molti parametri importanti agli effetti dell'azione di taglio.

Si può tranquillamente affermare che è una teoria approssimata.

Infatti se si considera costante la forza radiale  $F$ , quando si passa dalla condizione di 4 punti di contatto a quella di 2, la forza agente su ogni punto raddoppia e quindi in quei determinati punti l'asportazione di materiale sarà maggiore.

E' ben vero che si ha l'equilibrio delle forze che impedisce l'eventuale flessione del dente, ma bisogna ammettere che si ha una notevole variazione delle forze agenti sui denti e quindi qualche effetto perturbante ci sarà.

La lunghezza della linea d'azione gioca un ruolo essenziale, perché da questo elemento dipende il numero dei punti di contatto.

Se la linea di contatto è lunga ed i punti di contatto hanno una sequenza 4-6-4, su ogni lato si possono avere o 2 o 3 punti e quindi la variazione della forza agente è del circa il 30%, mentre se si passasse da 2 ad 1 punto la variazione sarebbe del circa il 50%..

Nel primo caso il profilo sarà più regolare che nel secondo caso.

Questo si accorda bene con la esperienza quotidiana d'officina perché è risaputo che è più facile rasare ingranaggi con un alto numero di denti, mentre sugli ingranaggi con 12 – 14 denti quasi sempre ci sono serie difficoltà ad ottenere i profili voluti.

Con un alto numero di denti e con un basso angolo di pressione della ruota da rasare, è più facile avere la condizione dei contatti 4-6-4, mentre ciò è praticamente impossibile se si rasano ingranaggi con un basso numero di denti. Un altro motivo che rende la teoria dei contatti pari un poco aleatoria è che essa è basata sull'equilibrio delle forze e sul concetto che a parità di forza si ha un'uguale azione di taglio.

Questo non è vero in senso assoluto, sarebbe più corretto dire che a parità di pressione, cioè di forza specifica applicata, si ha una uguale azione di taglio.

Ma le pressioni non sono uguali, anche se le forze si mantengono costanti.

Si è detto che in ogni singolo punto il contatto tra coltello ed ingranaggio avviene in un area che è tanto più grande quanto più grande è la forza applicata e quanto minore è la curvatura delle superfici in contatto.

Si ricorda che la curvatura  $\rho$  è l'inverso del raggio di curvatura, perciò, maggiore è il raggio minore è la curvatura e viceversa.

Il coltello rasatore ha un diametro di circa 200 mm e quindi i fianchi dei denti hanno una curvatura abbastanza costante, così invece non si può dire degli ingranaggi con basso numero di denti.

In prossimità del diametro di base la curvatura è alta, verso il diametro esterno la curvatura è molto minore, ne consegue quindi che anche le aree di contatto saranno molto diverse e così pure le pressioni nelle zone di contatto.

Si può quindi presumere che le asportazioni di materiale in prossimità del diametro interno, a parità di forza applicata, saranno maggiori rispetto a quelle che si avranno in prossimità del diametro esterno.

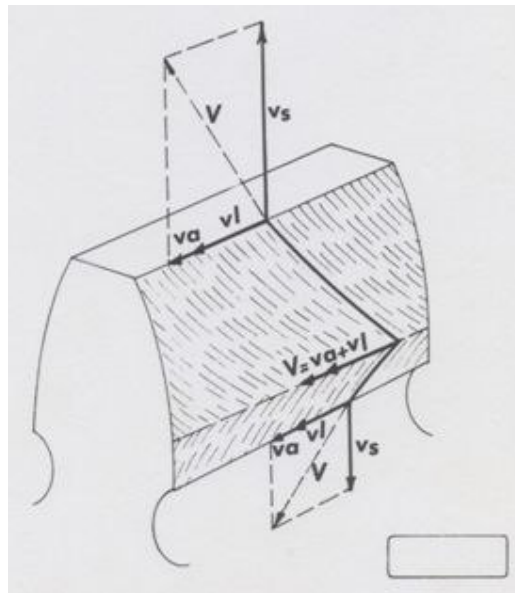
Ma ancora non vengono presi in esame, in questo ragionamento, molti altri elementi che influenzano sicuramente l'azione di taglio.

Se si considera per esempio ancora la figura N°4, si può osservare che l'area di contatto è inclinata rispetto la generatrice del dente, ciò comporta che in ogni singolo punto di quest'area si hanno pressioni e condizioni di lavoro diverse.

Basti pensare per esempio al vettore velocità di taglio che varia sia in modulo che in argomento appena si varia il diametro di contatto.

Se si esclude il diametro primitivo, in ogni punto si ha uno strisciamento delle superfici del coltello e del pezzo in senso radiale, cioè dal fondo alla testa del dente o viceversa; questo strisciamento è tanto più marcato quanto più si dista dal diametro primitivo.

La variazione del vettore velocità di taglio, sia come valore assoluto che come direzione nei vari punti della superficie del dente è rappresentato nella figura N°6.



**Figura N°6**

Quale effetto ha questa variazione delle condizioni di taglio sia sulla estensione dell'area di contatto che sulla effettiva azione di taglio?

Un altro elemento importante da considerare è che per effetto dell'angolo di incrocio degli assi si ha uno strisciamento in senso longitudinale, cioè lungo la direzione dell'elica.

È questo strisciamento che fornisce la vera e propria azione tagliente.

Anche qui, a quanto ci risulta, non è stato studiato ancora a fondo il meccanismo con cui si genera il truciolo, in particolare per quanto riguarda l'interazione tra l'estensione dell'area di contatto, la sua posizione e la direzione di taglio che è continuamente variabile.

Nella progettazione dei coltelli rasatori non vengono inseriti gli elementi di cui sopra, come non viene considerata una forza che in qualche misura deve avere un effetto sull'entità di asportazione del materiale.

Mi riferisco alla forza che genera la rotazione del sistema rasatore-ruota.

Questa è una forza che, specie per ingranaggi di grosse dimensioni non è affatto trascurabile.

Poco sopra si parlava della forza  $F$  con cui il coltello viene premuto sul pezzo e si diceva che le sue componenti, se non opportunamente equilibrate possono flettere il dente. Per rendersi conto che ciò è possibile bisogna sapere che l'entità di questa forza è di qualche centinaio di chilogrammi.

Dai dati forniti dalla Sicmat SpA di Torino, che produce macchine rasatrici, si ha che per un coltello di modulo 2 mm, angolo di pressione  $20^\circ$  e dentatura con fascia 20 mm la forza  $F$  è di circa 400 Kg.

Supponendo una condizione di contatto su quattro punti, in ogni singola area il valore della componente è di:

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = \frac{F}{4 \cdot \sin \alpha} = \frac{400}{4 \cdot \sin 20^\circ} = 292 \text{ Kg}$$

Se durante la rotazione si passa da 4 a due punti di contatto si ha il raddoppio di questa forza.

Si può quindi intuire il perché le cose non vanno sempre come si vorrebbe.

Se invece si passa ad una condizione di 6 punti di contatto, la forza su ogni singola area di contatto sarebbe di circa 195 Kg; le conseguenze sono meno avvertibili.

Un altro elemento da considerare è l'inerzia del gruppo coltello-pezzo.

Durante la rasatura i carichi sono rapidamente variabili, qualche microsecondo per passare da una situazione all'altra.

Il coltello con il suo mandrino e l'ingranaggio con il suo mandrino hanno una notevole inerzia e quindi non è tanto facile variare la loro condizione dinamica in modo repentino.

Quale ruolo gioca l'inerzia del sistema?

Intuitivamente dovrebbe avere un effetto positivo, specie durante l'azione di taglio vera e propria, ma quando si ha l'inversione del moto di rotazione l'inerzia può modificare in modo non trascurabile le pressioni sui singoli punti della superficie del dente. Con le moderne macchine rasatrici si possono prevedere rampe di decelerazione e di accelerazione che minimizzano questi effetti deleteri, ma la quantificazione degli effetti dell'inerzia resta un problema aperto.

Da queste brevi e generiche annotazioni si può capire che la rasatura è un'operazione molto complessa, le variabili che entrano in gioco sono molte e di difficile interpretazione ed il risultato che, ripeto, il più delle volte è prevedibile, talvolta è insoddisfacente.

In questi casi il progettista e l'analista si trovano con le spalle scoperte, brancolano, se non nel buio, almeno nella nebbia fitta e devono far ricorso alla lunga esperienza, ai casi precedenti, a prove di verifica e così via.

Uno dei sistemi più usati per riportare il profilo sull'ingranaggio nei limiti voluti è quello di assegnare al coltello una modifica di profilo di forma opposta all'errore riscontrato sul pezzo. Nella maggior parte dei casi il sistema funziona.

Finora si è parlato del metodo di progettazione dei parametri della dentatura del coltello rasatore, ma la difficoltà della sua realizzazione non si esaurisce in ciò.

Ci sono altri innumerevoli dettagli costruttivi che possono influenzare molto il buon esito dell'operazione di rasatura.

Si può citare, per esempio, il dimensionamento della dentatura (passo, rapporto pieno-vuoto, angolo, sfalsamento, profondità), la rugosità della superficie affilata e quella all'interno del canalino, lo scarico al fondo dei denti (forato, fresato, la sua larghezza e profondità).

L'importanza della progettazione ed esecuzione dei canalini è estremamente grande.

In conclusione bisogna assicurare gli utilizzatori che hanno dei rasatori che vanno bene: essi non sono delle persone particolarmente fortunate, perché, lo ripeto ancora, la grande maggioranza dei coltelli rasatori va bene al suo primo impiego e continua ad andare bene se correttamente affilato.

Ci sono anche moltissimi casi in cui, pur essendo il coltello progettato in modo che in alcuni momenti non è rispettato il criterio dei contatti pari, esso lavora bene ugualmente.



I problemi di cui si è parlato riguardano i casi limite ed è in questi casi che l'utilizzatore deve rendersi conto delle difficoltà esistenti e deve cooperare con il progettista ed il costruttore per risolvere, con un po' di esperienza e di pazienza il problema.

